PANDUAN MATERI SMA/MA
UJIAN AKHIR NASIONAL
TAHUN PELAJARAN 2003/2004

M A T E M A T I K A

PROGRAM STUDI IPA

Pusat Penilaian Pendidikan
Badan Penelitian dan Pengembangan
Departemen Pendidikan Nasional
Tahun 2004

KATA PENGANTAR

Keputusan Menteri Pendidikan Nasional No. 153/U/2003, tanggal 14 Oktober 2003, tentang Ujian Akhir Nasional Tahun Pelajaran 2003/2004, antara lain menetapkan bahwa dalam pelaksanaan ujian akhir nasional ada mata pelajaran yang naskah soalnya disiapkan oleh pusat dan ada mata pelajaran yang naskah soalnya disiapkan oleh sekolah. Mata pelajaran yang naskah soalnya disiapkan oleh pusat untuk SMA dan MA adalah (1) Program IPA mata pelajaran Bahasa dan Sastra Indonesia, Bahasa Inggris, dan Matematika; (2) Program IPS mata pelajaran Bahasa dan Sastra Indonesia, Bahasa Inggris, dan Ekonomi; (3) program Bahasa mata pelajaran Bahasa Indonesia, Bahasa Inggris, dan bahasa asing lainnya (Bahasa Arab, Bahasa Jepang, Bahasa Jerman, Bahasa Prancis atau Bahasa Mandarin).

Berkaitan dengan hal tersebut, Pusat Penilaian Pendidikan menyiapkan buku panduan materi untuk mata pelajaran-mata pelajaran yang naskah soalnya disiapkan oleh pusat. Buku ini memuat uraian tentang hal-hal sebagai berikut.

1. Gambaran umum.
2. Standar kompetensi lulusan.
3. Ruang lingkup, ringkasan materi, beserta latihan dan pembahasannya.

Buku panduan materi ujian ini dimaksudkan untuk memberi arah kepada guru dan siswa tentang materi yang akan diujikan berkaitan dengan berbagai kompetensi lulusan dalam mata pelajaran-mata pelajaran tersebut. Dengan adanya buku panduan materi ujian ini, diharapkan para guru dapat menyelenggarakan proses pembelajaran yang lebih terarah, dan para siswa dapat belajar lebih terarah pula. Dengan demikian, diharapkan para siswa dapat mencapai hasil ujian yang sebaik mungkin.

Semoga buku ini bermanfaat bagi berbagai pihak dalam rangka meningkatkan mutu proses dan hasil belajar siswa.

Jakarta, Desember 2003
Kepala Pusat Penilaian Pendidikan,

Bahrul Hayat, Ph.D.
NIP 131602652

DAFTAR ISI

Halaman

Kata Pengantar .... *i*
Daftar Isi .... *ii*

Gambaran Umum 1
Standar Kompetensi Lulusan 2

Ruang Lingkup dan Ringkasan Materi 3

- Kompetensi 1 3
- Kompetensi 2 31
- Kompetensi 3 37
- Kompetensi 4 44
- Kompetensi 5 50
- Kompetensi 6 57
- Kompetensi 7 77

GAMBARAN UMUM

- Pada ujian nasional tahun pelajaran 2003/2004, bentuk tes Matematika tingkat SMA/MA berupa tes tertulis dengan bentuk soal pilihan ganda, sebanyak 40 soal dengan alokasi waktu 120 menit.

- Acuan yang digunakan dalam menyusun tes ujian nasional adalah kurikulum 1994 beserta suplemennya, dan standar kompetensi lulusan.

- Materi yang diujikan untuk mengukur kompetensi tersebut meliputi: persamaan dan fungsi kuadrat; fungsi komposisi dan invers; suku banyak; sistem persamaan linear dan program linear; matriks; notasi sigma; barisan dan deret bilangan; eksponen dan logaritma; bangun ruang; ukuran pemusatan; ukuran penyebaran; peluang; fungsi trigonometri; persamaan dan pertidaksamaan trigonometri; logika matematika; lingkaran; ellips; parabola; hiperbola; transformasi; vektor; limit; diferensial, dan integral.

Standar Kompetensi Lulusan

1. Siswa mampu memahami konsep dan operasi hitung pada bentuk aljabar, persamaan, pertidaksamaan, fungsi, sistem persamaan linear dan program linear, barisan dan deret bilangan, matriks, dan suku banyak, serta mampu menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.
2. Siswa mampu memahami konsep kedudukan titik, garis, bidang, jarak, dan sudut pada bangun ruang, serta mampu menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.
3. Siswa mampu mengolah, menyajikan, menafsirkan data, dan mampu menggunakan kaidah pencacahan untuk menentukan nilai peluang kejadian, serta mampu menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.
4. Siswa mampu memahami konsep perbandingan dan fungsi trigonometri, serta mampu menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.
5. Siswa mampu memahami konsep logika matematika untuk penarikan kesimpulan dan pemecahan masalah.
6. Siswa mampu memahami konsep irisan kerucut, transformasi, dan vektor, serta mampu menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.
7. Siswa mampu memahami konsep limit, diferensial, dan hitung integral, serta mampu menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.

RUANG LINGKUP DAN RINGKASAN MATERI

KOMPETENSI 1

Siswa mampu memahami konsep dan operasi hitung pada bentuk aljabar, persamaan, pertidaksamaan, fungsi, sistem persamaan linear dan program linear, barisan dan deret bilangan, matriks, dan suku banyak, serta mampu menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.

Ruang Lingkup

I. 1. *Logaritma, persamaan eksponen, persamaan logaritma, fungsi eksponen, fungsi logaritma, dan fungsi rasional.*
I. 2. *Persamaan kuadrat dan pertidaksamaan kuadrat.*
I. 3. *Fungsi kuadrat, komposisi fungsi dan fungsi invers.*
I. 4. *Sistem persamaan linear.*
I. 5. *Program linear.*
I. 6. *Notasi sigma, barisan bilangan dan deret.*
I. 7. *Matriks.*
I. 8. *Suku banyak.*

Ringkasan Materi

I. 1. *Logaritma, persamaan eksponen, persamaan logaritma, fungsi eksponen, fungsi logaritma dan fungsi rasional.*

A. Sifat-sifat eksponen

1. $a^p \times a^q = a^{p+q}$
2. $a^p : a^q = a^{p-q}$
3. $\left(a^p\right)^q = a^{p.q}$
4. $(a.b)^p = a^p.b^p$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$
6. $a^0 = 1$
7. $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$
8. $\sqrt[q]{a^p} = a^{\frac{p}{q}}$

B. Sifat-sifat logaritma

1. ${}^{a}\log b + {}^{a}\log c = {}^{a}\log bc$
2. ${}^{a}\log b - {}^{a}\log c = {}^{a}\log \dfrac{b}{c}$
3. ${}^{a}\log b^{n} = n\,{}^{a}\log b$
4. ${}^{a}\log b \times {}^{b}\log c = {}^{a}\log c$
5. ${}^{a}\log b = \dfrac{{}^{c}\log b}{{}^{c}\log a}$

C. Bentuk persamaan eksponen

1. Jika $a^{f(x)} = 1$ maka $f(x) = 0$
2. Jika $a^{f(x)} = a^{p}$ maka $f(x) = p$
3. Jika $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ maka $f(x) = g(x)$
4. Persamaan eksponen yang dapat dikembalikan ke persamaan kuadrat.

D. Pertidaksamaan eksponen

1. Untuk $0 < a < 1$
   a. Jika $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$ maka $f(x) \leq g(x)$
   b. Jika $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$ maka $f(x) \geq g(x)$
2. Untuk $a > 1$
   a. Jika $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$ maka $f(x) \geq g(x)$
   b. Jika $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$ maka $f(x) \leq g(x)$

E. Bentuk persamaan logaritma

1. Jika ${}^{a}\log f(x) = {}^{a}\log p$ maka $f(x) = p$
2. Jika ${}^{a}\log f(x) = {}^{a}\log g(x)$ maka $f(x) = g(x)$
   dengan syarat : $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$
3. Persamaan logaritma yang dapat dikembalikan ke persamaan kuadrat.

F. Pertidaksamaan logaritma

1. Untuk $0 < a < 1$
   a. Jika ${}^{a}\log f(x) \geq {}^{a}\log g(x)$ maka $f(x) \leq g(x)$
   b. Jika ${}^{a}\log f(x) \leq {}^{a}\log g(x)$ maka $f(x) \geq g(x)$
2. Untuk $a > 1$
   a. Jika ${}^{a}\log f(x) \geq {}^{a}\log g(x)$ maka $f(x) \geq g(x)$
   b. Jika ${}^{a}\log f(x) \leq {}^{a}\log g(x)$ maka $f(x) \leq g(x)$
   dengan syarat : $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$

Latihan dan Pembahasan

1. Nilai x yang memenuhi persamaan $4^{x+3} = \sqrt[4]{8^{x+5}}$ adalah …

   a. $-\frac{9}{5}$ c. $\frac{2}{5}$ e. $\frac{9}{5}$

   b. $-\frac{2}{5}$ d. $\frac{4}{5}$ (Ebtanas 2000)

   Pembahasan :

   $$\begin{aligned} 4^{x+3} &= \sqrt[4]{8^{x+5}} \\ \left(2^2\right)^{x+3} &= \left(2^3\right)^{\frac{x+5}{4}} \\ 2x+6 &= \frac{3x+15}{4} \\ 5x &= -9 \\ x &= -\frac{9}{5} \end{aligned}$$

   Kunci : A

2. Himpunan penyelesaian ${}^{2}\log(x^2-3x+2) < {}^{2}\log(10-x)$, $x \in R$, adalah…

   a. $\{\, x / -2 < x < 1 \text{ atau } 2 < x < 4 \,\}$

   b. $\{\, x / x < 1 \text{ atau } x > 2 \,\}$

   c. $\{\, x / -2 < x < 4 \,\}$

   d. $\{\, x / x > 10 \,\}$

   e. $\{ \}$ (Ebtanas 2002)

Pembahasan :

$$\begin{aligned} {}^{2}\log(x^2-3x+2) &< {}^{2}\log(10-x) \\ x^2-3x+2 &< 10-x \\ x^2-2x-8 &< 0 \\ (x-4)(x+2) &< 0 \\ -2 < x &< 4 \end{aligned}$$

syarat :

$\otimes$ $x^2-3x+2>0$

$(x-2)(x-1)>0$

$x<1$ atau $x>2$

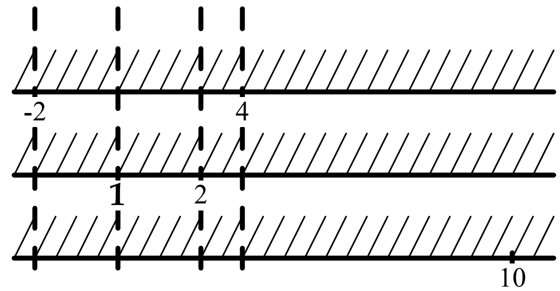
$\otimes$ $10-x>0$

$x<10$

$-2 < x < 4$

$x < 1$ atau $x > 2$

$x < 10$



$-2 < x < 1$ atau $2 < x < 4$

Kunci : A

3. Nilai x yang memenuhi $3^{x^2-3x+4} < 9^{x-1}$ adalah …

   a. $1 < x < 2$ c. $-3 < x < 2$ e. $-1 < x < 2$

   b. $2 < x < 3$ d. $-2 < x < 3$

   (UAN 2003)

   Pembahasan :

   $3^{x^2-3x+4} < 9^{x-1}$

   $3^{x^2-3x+4} < 3^{2(x-1)}$

   $x^2-3x+4 < 2x-2$

   $x^2-5x+6 < 0$

   $(x-2)(x-3) < 0$

   $2 < x < 3$

   Kunci : B

4. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan : $\left({}^{3}log\, x\right)^2 - 3.{}^{3}log\, x + 2 = 0$,

   maka $x_1 \,.\, x_2 = ...$

   a. 2 c. 8 e. 27

   b. 3 d. 24

   (UAN 2003)

   Pembahasan : $\left({}^{3}log\, x\right)^2 - 3.{}^{3}log\, x + 2 = 0$

   $\left({}^{3}log\, x - 2\right)\left({}^{3}log\, x - 1\right) = 0$

   ${}^{3}log\, x = 2$ atau ${}^{3}log\, x = 1$

   $x = 9$ atau $x = 3$

   $x_1 \,.\, x_2 = 9 \,.\, 3 = 27$

   Kunci : E

I. 2. *Persamaan dan Pertidaksamaan kuadrat*.

A. Persamaan Kuadrat

1. Bentuk Umum : $ax^2 + bx + c = 0$, a, b dan $c \in R$ dan $a \neq 0$
2. Menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan cara
   a. memfaktorkan
   b. melengkapi kuadrat sempurna
   c. menggunakan rumus ABC : $x_{1.2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
3. Jenis-jenis akar persamaan kuadrat :
   $ax^2 + bx + c = 0$ mempunyai : akar real berlainan jika D > 0
   akar real sama jika D = 0
   akar tidak real jika D < 0
   D adalah diskriminan $ax^2 + bx + c = 0$, $D = b^2 - 4ac$
4. Rumus jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat :
   Akar-akar persamaan $ax^2 + bx + c = 0$ adalah x_1 dan x_2.
   $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$ dan $x_1 \,.\, x_2 = \dfrac{c}{a}$
5. Menyusun persamaan kuadrat yang diketahui akar-akarnya dengan cara :
   a. perkalian faktor : $(x - x_1)(x - x_2) = 0$
   b. menggunakan rumus jumlah dan hasil kali akar-akar tersebut :
   $$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1.x_2 = 0$$
6. Menyusun persamaan kuadrat baru jika akar-akarnya diketahui mempunyai hubungan dengan akar-akar persamaan kuadrat yang diketahui.

B. Pertidaksamaan Kuadrat

1. Bentuk Umum : $ax^2 + bx + c < 0$, bisa juga menggunakan tanda >, ≤ atau ≥ , a, b dan $c \in R$, $a \neq 0$
2. Menyelesaikan pertidak samaan kuadrat dengan menggunakan garis bilangan atau grafik fungsi kuadrat.
3. Pemakaian diskriminan persamaan kuadrat .
   Menentukan koefisien persamaan kuadrat yang akarnya memenuhi sifat tertentu.
   misal : akar real, akar tidak real, akar berkebalikan, dsb.

Latihan dan Pembahasan

1. Jika x_1 dan x_2 akar-akar persamaan $x^2 + px + 1 = 0$, maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$ dan $x_1 + x_2$ adalah ….

   a. $x^2 - 2p^2x + 3 = 0$
   b. $x^2 + 2px + 3p^2 = 0$
   c. $x^2 + 3px + 2p^2 = 0$
   d. $x^2 - 3px + p^2 = 0$
   e. $x^2 + p^2x + p = 0$

   (Ebtanas 2001)

   Pembahasan :
   Misal akar-akar persamaan kuadrat baru adalah α dan β.

   $\alpha = \frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = \frac{2(x_1 + x_2)}{x_1 x_2} = -2p$ dan $\beta = x_1 + x_2 = -p$

   Jadi persamaan kuadrat baru : $(x - \alpha)(x - \beta) = 0$

   $$(x - (-2p))(x - (-p)) = 0$$
   $$(x + 2p)(x + p) = 0$$
   $$x^2 + 3px + 2p^2 = 0$$

   Kunci : C

2. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + x - p = 0$, p konstanta positif, maka $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \ldots.$

   a. $-2 - \frac{1}{p}$
   b. $\frac{1}{p} - 2$
   c. $2 - \frac{1}{p}$
   d. $\frac{1}{p}$
   e. $2 + \frac{1}{p}$

   (Ebtanas 2001)

   Pembahasan :

   $$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1 x_2} = \frac{1 + 2p}{-p}$$
   $$= -\frac{1}{p} - 2$$

   Kunci : A

3. Persamaan kuadrat $x^2 + (m-2)x + 9 = 0$ mempunyai akar-akar nyata. Nilai m yang memenuhi adalah ….
   a. $m \le -4$ atau $m \ge 8$ c. $m \le -4$ atau $m \ge 10$ e. $-8 \le m \le 4$
   b. $m \le -8$ atau $m \ge 4$ d. $-4 \le m \le 8$

   (Ebtanas 2002)

   Pembahasan :
   Persamaan kuadrat mempunyai akar-akar nyata $D \ge 0$

   $b^2 - 4ac \ge 0$
   $(m-2)^2 - 4.1.9 \ge 0$
   $m^2 - 4m + 4 - 36 \ge 0$
   $m^2 - 4m - 32 \ge 0$
   $(m-8)(m+4) \ge 0$
   $m \le -4$ atau $m \ge 8$

   + + | − − | + +
   -4 8

   Kunci : A

4. Persamaan $x^2(1-m) + x(8-2m) + 12 = 0$ mempunyai akar kembar, maka nilai m = ….
   a. -2 c. 0 e. 2
   b. $-\frac{3}{2}$ d. $\frac{3}{2}$

   (UAN 2003)

   Pembahasan :
   Persamaan kuadrat mempunyai akar kembar :
   D = 0

   $b^2 - 4ac = 0$
   $(8-2m)^2 - 4(1-m).12 = 0$
   $64 - 32m + 4m^2 - 48 + 48m = 0$
   $4m^2 + 16m + 16 = 0$
   $m^2 + 4m + 4 = 0$
   $(m+2)^2 = 0$
   $m = -2$

   Kunci : A

I. 3. *Fungsi kuadrat, Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers.*
A. Fungsi Kuadrat
1. Bentuk Umum : $f(x) = ax^2 + bx + c$, a, b dan $c \in R$ dan $a \ne 0$
2. Grafik fungsi kuadrat disebut *parabola*, dengan persamaan :

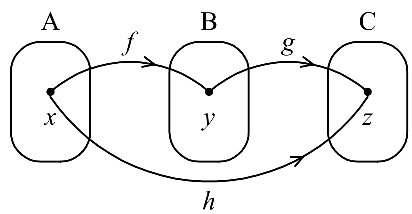
$$y = ax^2 + bx + c$$

3. Nilai maksimum atau nilai minimum $y = ax^2 + bx + c$ adalah $y = -\dfrac{D}{4a}$

   untuk $x = -\dfrac{b}{2a}$
4. Persamaan fungsi kuadrat yang grafiknya :
   a. mempunyai titik balik maksimum/minimum (p, q)

      adalah $y = f(x) = \alpha(x - p)^2 + q$
   b. memotong sumbu *x* di $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$
      adalah $y = f(x) = \alpha(x - x_1)(x - x_2)$

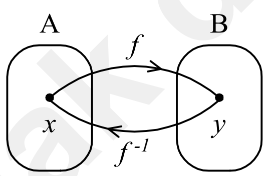
B. Komposisi Fungsi :
1. Komposisi fungsi adalah pemetaan dua fungsi (lebih) secara berturutan.
2. Notasi Komposisi Fungsi :



$x \in \mathrm{A}$, $y \in \mathrm{B}$, dan $z \in \mathrm{C}$
$f(x) = y$, $g(y) = z$ dan $h(x) = z$
$h(x) = g(f(x)) = (g \circ f)(x)$

$g \circ f(x) =$ komposisi fungsi *f* dilanjutkan dengan fungsi *g*.
3. Sifat Komposisi Fungsi :
   $f \circ g \neq g \circ f$
   $f \circ I = I \circ f = f$, *I* adalah fungsi *identitas*
   $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$

C. Fungsi Invers



$x \in \mathrm{A}$ dan $y \in \mathrm{B}$
$f(x) = y$, $f^{-1}(y) = x$
f^{-1} adalah fungsi invers dari *f*.

Fungsi *f* mempunyai fungsi invers jika *f* korespondensi satu-satu.
Sifat Fungsi Invers :
1. $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$
2. $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

Latihan dan Pembahasan

1. Suatu fungsi kuadrat mempunyai nilai minimum -2 untuk $x = 3$ dan untuk $x = 0$ nilai fungsi itu 16. Fungsi kuadrat itu adalah ....

   a. $f(x) = x^2 + 6x + 8$
   b. $f(x) = x^2 - 6x + 8$
   c. $f(x) = 2x^2 + 12x + 16$
   d. $f(x) = 2x^2 - 12x + 16$
   e. $f(x) = 2x^2 - 12x - 16$

   (Ebtanas 2002)

   Pembahasan :
   Fungsi kuadrat dengan nilai minimum -2 untuk $x = 3$
   adalah $f(x) = \alpha(x-3)^2 - 2$

   $$f(0) = 16 \longrightarrow f(0) = \alpha(0-3)^2 - 2 = 16$$
   $$9\alpha = 18$$
   $$\alpha = 2$$

   $\therefore$ Fungsi kuadrat $f(x) = 2(x-3)^2 - 2$
   $$f(x) = 2x^2 - 12x + 16$$

   Kunci : D

2. Nilai maksimum dari fungsi $f(x) = -2x^2 + (k+5)x + 1 - 2k$ adalah 5. Nilai k yang positif adalah…

   a. 1
   b. 5
   c. 7
   d. 8
   e. 9

   (UAN 2003)

   Pembahasan :

   Nilai maksimum adalah $y = \dfrac{-D}{4a} = -\dfrac{\left(b^2 - 4ac\right)}{4a}$

   $f(x) = -2x^2 + (k+5)x + 1 - 2k$

Nilai maksimum : $y = -\dfrac{\left(b^2 - 4ac\right)}{4a} = 5$

$$-\frac{\left[(k+5)^2 - 4(-2)(1-2k)\right]}{4(-2)} = 5$$

$$\frac{-\left(k^2 + 10k + 25 + 8 - 16k\right)}{-8} = 5$$

$$k^2 - 6k + 33 = 40$$

$$k^2 - 6k - 7 = 0$$

$$(k+1)(k-7) = 0$$

$$k = -1 \text{ atau } k = 7$$

Kunci : C

3. Diketahui fungsi $f(x) = 6x - 3$ dan $g(x) = 5x + 4$
   Jika $(f \circ g)(a) = 81$ maka nilai $a = \ldots.$
   a. –2 c. 1 e. 3
   b. –1 d. 2

   (Ebtanas 2001)

   Pembahasan :

$$f(g(a)) = 81$$

$$f(5a+4) = 81$$

$$6(5a+4) - 3 = 81$$

$$30a = 60$$

$$a = 2$$

Kunci : D

4. Diketahui $f(x-1) = \dfrac{x-1}{2x-1}$, $x \neq \dfrac{1}{2}$ dan $f^{-1}(x)$ adalah invers dari $f(x)$.
   Rumus $f^{-1}(2x-1) = \ldots.$
   a. $\dfrac{-x-2}{2x+1},\ x \neq -\dfrac{1}{2}$ c. $\dfrac{x-1}{2x+1},\ x \neq -\dfrac{1}{2}$ e. $\dfrac{x+1}{2x-4},\ x \neq 2$
   b. $\dfrac{-x+1}{4x+3},\ x \neq -\dfrac{3}{4}$ d. $\dfrac{-2x+1}{4x+3},\ x \neq -\dfrac{3}{4}$

   (Ebtanas 2002)

Pembahasan :

$$f(x-1)=\frac{x-1}{2x-1}$$

$$f(x)=\frac{(x+1)-1}{2(x+1)-1}$$

$$f(x)=\frac{x}{2x+1}$$

Misal : $f(x)=y$ maka $f^{-1}(y)=x$

$$y=\frac{x}{2x+1}$$

$$2xy+y=x$$

$$2xy-x=-y$$

$$x(2y-1)=-y$$

$$x=\frac{-y}{2y-1}$$

$$f^{-1}(y)=\frac{-y}{2y-1}$$

$$f^{-1}(x)=\frac{-x}{2x-1}$$

$$f^{-1}(2x-1)=\frac{-(2x-1)}{2(2x-1)-1}$$

$$=\frac{-2x+1}{4x-3}$$

Kunci : D

5. Ditentukan $g(f(x))=f(g(x))$.
   Jika $f(x)=2x+p$ dan $g(x)=3x+120$, maka nilai $p=\ldots.$
   a. 30 c. 90 e. 150
   b. 60 d. 120

(UAN 2003)

Pembahasan :

$$g(f(x))=f(g(x))$$

$$g(2x+p)=f(3x+120)$$

$$3(2x+p)+120=2(3x+120)+p$$

$$6x+3p+120=6x+240+p$$

$$2p=120$$

$$p=60$$

Kunci : B

6. Fungsi $f : R \to R$ didefinisikan sebagai $f(x) = \dfrac{2x-1}{3x+4}$, $x \neq -\dfrac{4}{3}$.

   Invers dari fungsi f adalah $f^{-1}(x)$ = ….

   a. $\dfrac{4x-1}{3x+2}$, $x \neq -\dfrac{2}{3}$

   b. $\dfrac{4x+1}{3x-2}$, $x \neq \dfrac{2}{3}$

   c. $\dfrac{4x+1}{2-3x}$, $x \neq \dfrac{2}{3}$

   d. $\dfrac{4x-1}{3x-2}$, $x \neq \dfrac{2}{3}$

   e. $\dfrac{4x+1}{3x+2}$, $x \neq -\dfrac{2}{3}$

   (UAN 2003)

Pembahasan :

Misal : $f(x) = y$, maka $f^{-1}(y = x)$

Cara I :

$$f(x) = \frac{2x-1}{3x+4}$$

$$y = \frac{2x-1}{3x+4}$$

$$3xy + 4y = 2x - 1$$

$$3xy - 2x = -4y - 1$$

$$x(3y-2) = -4y - 1$$

$$x = \frac{-4y-1}{3y-2}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{-4y-1}{3y-2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{4x+1}{2-3x}$$

Kunci : C

Cara II :

Menggunakan rumus :

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$f(x) = \frac{2x-1}{3x+4}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-4x-1}{3x-2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{4x+1}{2-3x}$$

Kunci : C

I. 4. *Sistem Persamaan Linear.*

Bentuk Umum :

A. Sistem Persamaan Linear 2 peubah

$$\begin{cases} a_1 x + a_2 y = a_3 \\ b_1 x + b_2 y = b_3 \end{cases}$$

B. Sistem Persamaan Linear 3 peubah

$$\begin{cases} a_1x + a_2y + a_3z = a_4 \\ b_1x + b_2y + b_3z = b_4 \\ c_1x + c_2y + c_3z = c_4 \end{cases}$$

C. Penyelesaian Sistem Persamaan Linear

Dengan cara :

1. Substitusi
2. Eliminasi
3. Determinan
4. Matriks

Latihan dan Pembahasan

1. Himpunan penyelesaian **:** $\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 6 \\ 2x + y + z = 4 \end{cases}$

adalah $\{(x, y, z)\}$.

Nilai dari $x + z = \ldots.$

a. –5 c. 1 e. 3

b. –3 d. 2

(Ebtanas 1999)

Pembahasan :

$$\begin{array}{r} x + y = 1 \\ \underline{y + z = 6} \\ x - z = -5 \end{array} - \qquad \begin{array}{r} y + z = 6 \\ \underline{2x + y + z = 4} \\ -2x = 2 \\ x = -1 \end{array} -$$

$$x - z = -5$$
$$z = -1 + 5 = 4$$
$$\therefore x + z = -1 + 4 = 3$$

Kunci : E

2. Himpunan penyelesaian sistem persamaan : $\begin{cases} \dfrac{5}{x} + \dfrac{4}{y} = 13 \\ \dfrac{3}{x} - \dfrac{2}{y} = 21 \end{cases}$

   adalah $\{(x_0, y_0)\}$. Nilai $x_0 - y_0 = \ldots.$

   a. 8   c. $\dfrac{8}{15}$ e. $\dfrac{2}{15}$

   b. 2   d. $\dfrac{6}{15}$

   (Ebtanas 2000)

   Pembahasan :

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{5}{x} + \dfrac{4}{y} = 13 \\[2ex] \dfrac{3}{x} - \dfrac{2}{y} = 21 \end{array}\right| \begin{array}{l} \times 1 \\[2ex] \times 2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \dfrac{5}{x} + \dfrac{4}{y} = 13 \\[2ex] \underline{\dfrac{6}{x} - \dfrac{4}{y} = 42} \; + \\[2ex] \quad \dfrac{11}{x} = 55 \end{array}$$

$$x = \frac{11}{55} = \frac{1}{5} \rightarrow x_o = \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 21$$

$$\frac{2}{y} = 15 - 21 = -6$$

$$y = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3} \rightarrow y_o = \frac{1}{5}$$

$$\text{Nilai } x_0 - y_0 = \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{3+5}{15} = \frac{8}{15}$$

   Kunci : C

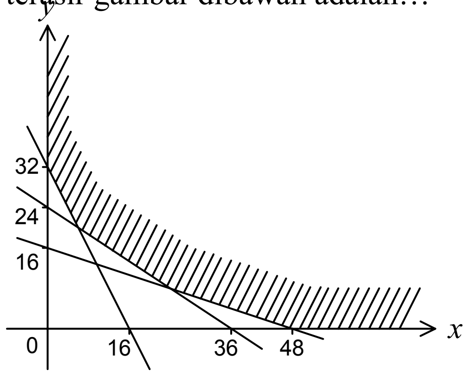
I. 5. *Program linear*

Program linear adalah suatu metode untuk mencari nilai optimum suatu bentuk linear (bentuk atau fungsi obyektif atau fungsi tujuan) pada daerah himpunan penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan linear.

Nilai optimum tersebut dapat ditentukan dengan cara :
1. Menggambar daerah himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear.
2. Menentukan koordinat titik-titik sudut pada daerah tersebut.
3. Menentukan nilai optimum bentuk linear pada titik-titik sudut tersebut.

Latihan dan Pembahasan

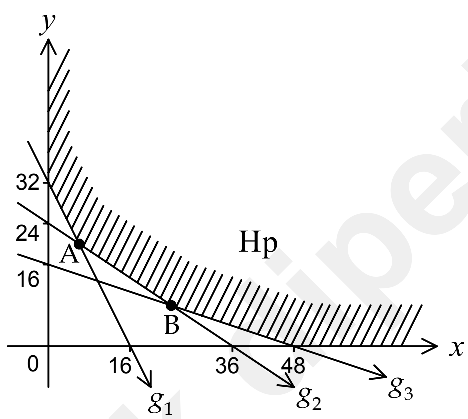
1. Nilai minimum fungsi objektif $(5x+10y)$ pada himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan yang grafik himpunan penyelesaiannya disajikan pada daerah terasir gambar dibawah adalah…



a. 400
b. 320
c. 240
d. 200
e 160

(Ebtanas 2001)

Pembahasan :



Persamaan garis yang melalui (16, 0) dan (32, 0)

$2x + y = 32$ ……. (garis g_1)

Persamaan garis yang melalui (36, 0) dan (0, 24)

$2x + 3y = 72$ ……(garis g_2)

Persamaan garis yang melalui (48, 0) dan (0, 16)

$x + 3y = 48$ ……..(garis g_3)

A adalah titik potong garis g_1 dan g_2

$$\begin{array}{r} 2x + y = 32 \\ 2x + 3y = 72 \\ \hline -2y = -40 \\ y = 20 \end{array} \; -$$

B adalah titik potong garis g_2 dan g_3

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 72 \\ x + 3y = 48 \\ \hline x = 24 \end{array} \; -$$

$$2x + y = 32$$
$$2x = 12$$
$$x = 6$$

$\therefore$ Koordinat titik A (6, 20)

$$x + 3y = 48$$
$$3y = 24$$
$$y = 8$$

$\therefore$ Koordinat titik B (24, 8)

Koordinat titik sudut pada daerah penyelesaian
(0, 32), (6, 20), (24, 8) dan (48, 0)

Nilai optimum :
Bentuk obyektif : $5x + 10y$

Pada titik (0, 32) $\longrightarrow$ 5.0 + 10.32 = 320
(6, 20) $\longrightarrow$ 5.6 + 10.20 = 230
(24, 8) $\longrightarrow$ 5.24 + 10.8 = 200 $\longrightarrow$ Nilai minimum
(48, 0) $\longrightarrow$ 5.48 + 10.0 = 240

$\therefore$ Nilai minimum 200

Kunci : D

2. Untuk menambah penghasilan, seorang ibu setiap harinya memproduksi dua jenis kue untuk dijual. Setiap kue jenis I modalnya Rp 200,0 dengan keuntungan 40%, sedangkan setiap kue jenis II modalnya Rp 300,0 dengan keuntungan 30%. Jika modal yang tersedia setiap harinya adalah Rp 100.000,000 dan paling banyak hanya dapat memproduksi 400 kue, maka keuntungan terbesar yang dapat dicapai ibu tersebut dari modalnya adalah…
   a. 30% c. 34% e. 40%
   b. 32% d. 36%

   (Ebtanas 2002)

   Pembahasan :
   Misal banyaknya kue jenis I = x buah dan kue jenis II = y buah

   Sistem pertidaksamaan linear : $\begin{cases} 200x + 300y \le 100000 \\ x + y \le 400 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$

   Laba kue I = 40% = $\frac{40}{100} \times 200 = 80$

   Laba kue II = 30% = $\frac{30}{100} \times 300 = 90$

   $\otimes$ Bentuk obyektif : $80x + 90y$

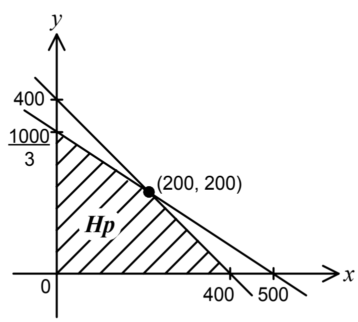
Daerah himpunan penyelesaian **:**

Garis $2x + 3y = 1000$

Titik potong dengan sumbu x (500, 0) dan sumbu y $(0, \frac{1000}{3})$

Garis $x + y = 400$

Titik potong dengan sumbu x (400, 0) dan sumbu y (0, 400)



Titik potong :

$$\begin{array}{r|l} 2x + 3y = 1000 & \times 1 \\ x + y = 400 & \times 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 1000 \\ 2x + 2y &= 800 \\ y &= 200 \\ x &= 200 \longrightarrow (200, 200) \end{aligned}$$

Bentuk obyektif : $80x + 90y$

Koordinat titik-titik sudut dan nilai optimum bentuk obyektif

(0, 0)	800.0 + 90.0 = 0	
(400, 0)	80.400 + 90.0 = 32000	
(200, 200)	80. 200 + 90.200 = 34000	$\longrightarrow$ maksimum
$(0, \frac{1000}{3})$	$80.0 + 90. \frac{1000}{3} = 30000$	

Laba maksimum Rp 34.000,0 = $\frac{34000}{100000} \times 100\% = 34\%$

Kunci : C

3. Nilai maksimum fungsi sasaran $z = 6x + 8y$ dari sistem pertidaksamaan :

$$\begin{cases} 4x + 2y \le 60 \\ 2x + 4y \le 48 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases}$$ adalah ….

a. 120	c. 116	e. 112
b. 118	d. 114	

(UAN 2003)

Pembahasan :

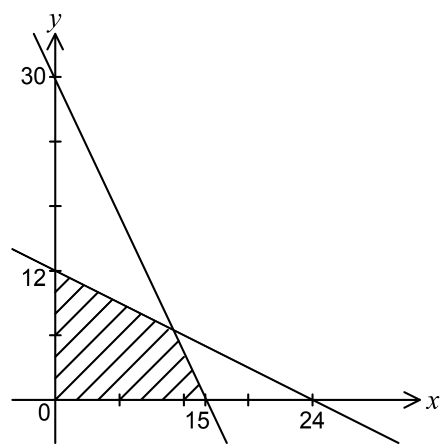
Daerah himpunan penyelesaian **:**

garis $4x + 2y = 60$

Titik potong dengan sumbu x (15, 0) dan sumbu y (0, 30)

garis $2x + 4y = 48$

Titik potong dengan sumbu x (24, 0) dan sumbu y (0, 12)



Titik potong garis

$$\begin{array}{l|l} 4x+2y=60 & \times 1 \\ 2x+4y=48 & \times \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 4x+2y&=60 \\ x+2y&=24 \\ 3x&=36 \\ x&=12 \\ y&=6 \end{aligned}$$

$\longrightarrow$ (12, 6)

⊗ Bentuk obyektif : $z=6x+8y$

Koordinat titik sudut- titik sudut : (0, 0), (15, 0), (0, 12), (12, 6)

Nilai optimum : $z=6x+8y$ pada titik :

(0, 0) $\longrightarrow$ z = 6.0 + 8.0 = 0

(15, 0) $\longrightarrow$ z = 6.15 + 8.0 = 90

(0, 12) $\longrightarrow$ z = 6.0 + 8.12 = 96

(12, 6) $\longrightarrow$ z = 6.12 + 8.6 = 120 $\longrightarrow$ maksimum

Kunci : A

I. 6. *Notasi Sigma, Barisan Bilangan dan Deret*

A. Notasi Sigma

Notasi sigma atau $\sum$ digunakan untuk menyatakan Operasi penjumlahan bilangan berurutan.

Sifat-sifat Notasi $\sum$:

1. $\sum\limits_{i=m}^{n} i = \sum\limits_{p=m}^{n} p$
2. $\sum\limits_{i=m}^{n} k.i = k \sum\limits_{i=m}^{n} i$, k = konstanta
3. $\sum\limits_{i=m}^{a-1} i + \sum\limits_{i=a}^{n} k.i = \sum\limits_{i=m}^{n} k.i$
4. $\sum\limits_{i=m+a}^{n+a} (i-a) = \sum\limits_{i=m-a}^{n-a} (i+a)$
5. $\sum\limits_{i=m}^{n} ai \pm \sum\limits_{i=m}^{n} bi = \sum\limits_{i=m}^{n} (ai \pm bi)$

B. Barisan dan Deret Aritmetika

⊗ *Barisan Aritmetika*

$U_1, U_2, U_3, \ldots, U_n$

$a,\ a+b,\ a+2b, \ldots,\ a+(n-1)b$

⊗ *Deret Aritmetika*

$U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$

$a + (a+b) + (a+2b) + \ldots + (a+(n-1)\,b)$

<u>*keterangan :*</u>

$U_1 = a =$ suku pertama

$b = U_2 - U_1 =$ beda

$U_n = a+(n-1)b =$ suku ke–n

$S_n = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)b\} = \frac{n}{2}\{a+U_n\} =$ Jumlah n suku pertama

$U_n = S_n - S_{n-1}$

C. Barisan dan Deret Geometri

⊗ *Barisan Geometri*

$U_1, U_2, U_3, \ldots, U_n$

$a,\ ar,\ ar^2, \ldots\ ar^{n-1}$

⊗ *Deret Geometri*

$U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$

$a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1}$

<u>*keterangan :*</u>

$U_1 = a =$ suku pertama

$r = \frac{U_2}{U_1} =$ rasio

$U_n = ar^{n-1} =$ suku ke–n

$$S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r^n - 1},\ r > 1$$

$$S_n = \frac{a\left(1 - r^n\right)}{1 - r^n},\ \ 0 < r < 1$$

$S_n =$ Jumlah n suku pertama

D. Deret Geometri tak hingga

Suatu deret geometri mempunyai jumlah sampai tak hingga jika $-1 < r < 1$, $r \neq 0$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$S_\infty =$ Jumlah sampai tak hingga
$a =$ suku pertama
$r =$ rasio

Latihan dan Pembahasan

1. Nilai dari $\sum_{k=1}^{100} 2k + \sum_{k=1}^{100} (3k+2) = \ldots$

a. 25450 c. 25700 e. 50750
b. 25520 d. 50500

(Ebtanas 1999)

Pembahasan :

$$\sum_{k=1}^{100} 2k + \sum_{k=1}^{100} (3k+2) =$$

$$\sum_{k=1}^{100} (2k+3k+2) = \sum_{k=1}^{100} (5k+2) = 7+12+17+\ldots+502$$

selanjutnya penjumlahan di atas dapat di cari dengan menggunakan rumus jumlah n suku pertama deret aritmetika.

$$7+12+17+\ldots+502 = \ldots$$

$$a = 7 \longrightarrow b = 5 \longrightarrow \mathrm{U}_n = 502$$

$$a + (n-1)b = 502$$
$$7 + (n-1)5 = 502$$
$$7 + 5n - 5 = 502$$
$$5n = 500$$
$$n = 100$$ (n dapat ditentukan dari indeks atas $\sum_{k=1}^{100}$)

$$\mathrm{S}_n = \frac{1}{2} n (a + \mathrm{U}_n)$$
$$\mathrm{S}_{100} = 50(7+502)$$
$$= 25450$$

Kunci : A

2. Suku kedua suatu Barisan geometri adalah 2 dan suku kelima adalah $\frac{16}{27}$. Suku ketujuh adalah ….

   a. $\frac{34}{84}$ c. $\frac{64}{243}$ e. $\frac{32}{243}$

   b. $\frac{32}{81}$ d. $\frac{34}{243}$

(Ebtanas 2000)

Pembahasan :

$$U_2 = ar = 2$$
$$U_5 = ar^4 = \frac{16}{27}$$
$$\frac{U_5}{U_2} = \frac{ar^4}{ar} = \frac{8}{27}$$
$$r^3 = \frac{8}{27} \longrightarrow r = \frac{2}{3}$$
$$ar = 2 \longrightarrow a = \frac{2}{r} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} = 3$$
$$U_7 = ar^6 = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{64}{243}$$

Kunci : C

3. Jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah $S_n = n^2 + \frac{5}{2}n$. Beda dari deret aritmetika tersebut adalah ….

   a. $-5\frac{1}{2}$ c. 2 e. $5\frac{1}{2}$

   b. -2 d. $2\frac{1}{2}$

Pembahasan :

$$S_n = n^2 + \frac{5}{2}n$$
$$S_1 = 1 + \frac{5}{2} = 3\frac{1}{2} = a$$
$$S_2 = 4 + 5 = 9$$
$$U_n = S_n - S_{n-1}$$
$$U_2 = S_2 - S_1$$
$$U_2 = 9 - 3\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$$

beda = $b = \text{U}_2 - \text{U}_1 = 5\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} = 2$

Kunci : C

4. Empat bilangan positif membentuk barisan aritmetika. Jika perkalian bilangan pertama dan keempat adalah 46 dan perkalian bilangan kedua dan ketiga adalah 144, maka jumlah keempat bilangan tersebut adalah ….

   a. 40 c. 98 e. 190
   b. 50 d. 100

   (Ebtanas 2002)

   Pembahasan :
   Misal bilangan tersebut $a,\ a+b,\ a+2b,\ a+3b$.

$$a(a+3b) = 46 \longrightarrow a^2 + 3ab = 46$$

$$(a+b)(a+2b) = 144 \longrightarrow \underbrace{a^2 + 3ab}_{46} + 2b^2 = 144$$

$$46 + 2b^2 = 144$$

$$2b^2 = 98$$

$$b = 7$$

$$a^2 + 3ab = 46$$

$$a^2 + 21a - 46 = 0$$

$$(a+23)(a-2) = 0$$

$$a = 2$$

   $\therefore$ ke-4 bilangan tersebut 2, 9, 16, 23
   Jumlah ke-4 bilangan tersebut = 2+9+16+23 = 50

   Kunci : B

5. Pertambahan penduduk suatu kota tiap tahun mengikuti aturan barisan geometri. Pada tahun 1996 pertambahannya sebanyak 6 orang, tahun 1998 sebanyak 54 orang. Pertambahan penduduk pada tahun 2001 adalah ….

   a. 324 orang c. 648 orang e. 4.374 orang
   b. 486 orang d. 1.458 orang

   (Ebtanas 2002)

   Pembahasan :

$$\text{U}_1 = 6$$

$$\text{U}_3 = 54$$

$$\frac{\text{U}_3}{\text{U}_1} = \frac{ar^2}{a} = \frac{54}{6} \longrightarrow r^2 = 9 \longrightarrow r = 3$$

$$\text{U}_6 = ar^5 = 6 \cdot 3^5 = 1.458 \text{ orang}$$

   Kunci : D

6. Jumlah deret geometri tak hingga adalah 7, sedangkan jumlah suku-suku yang bernomor genap adalah 3. Suku pertama deret tersebut adalah ….

   a. $\frac{7}{4}$ c. $\frac{4}{7}$ e. $\frac{1}{4}$

   b. $\frac{3}{4}$ d. $\frac{1}{2}$

   (UAN 2003)

   Pembahasan :

   Misal deret tersebut $a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, ar^5, \dots ,ar^{n-1}$

   $S_\infty = 7$

   $\frac{a}{1-r} = 7$

   $a = 7(1-r)$

   $S_{\infty genap} = 3$

   $\frac{ar}{1-r^2} = 3$

   $ar = 3\left(1-r^2\right)$

   $7(1-r)r = 3\left(1-r^2\right)$

   $7r - 7r^2 = 3 - 3r^2$

   $4r^2 - 7r + 3 = 0$

   $(4r-3)(r-1) = 0$

   $r = \frac{3}{4},\ \ r = 1$

   $r = \frac{3}{4}$

   $$a = 7\left(1-\frac{3}{4}\right) = 7.\frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

   Kunci : A

I. 7. Matriks

Matriks adalah susunan bilangan berbentuk persegi panjang yang diatur dalam baris dan kolom.

Misal : Matriks A = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Matriks B = $\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$

1. Transpose Matriks $\text{A} = \text{A}^t = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$
2. $\text{A} \pm \text{B} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \pm e & b \pm f \\ c \pm g & d \pm h \end{pmatrix}$

3. $k \cdot \mathrm{A} = \mathrm{k}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}$, k = konstanta
4. $\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{pmatrix}$
5. Determinan matriks A = Det. A = $|\mathrm{A}| = ad - bc$
   Matriks A disebut *Matriks Singular* jika det. A = 0
6. Invers Matriks $\mathrm{A} = \mathrm{A}^{-1} = \dfrac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$
7. $\mathrm{A} \,.\, \mathrm{I} = \mathrm{I} \,.\, \mathrm{A} = \mathrm{A},\ \mathrm{I} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, I adalah matriks identitas
8. $\mathrm{A} \,.\ \mathrm{A}^{-1} = \mathrm{A}^{-1} .\ \mathrm{A} = \mathrm{I}$
9. Jika $\mathrm{A}x = \mathrm{B}$, maka $x = \mathrm{A}^{-1} .\ \mathrm{B}$
   Jika $x\mathrm{A} = \mathrm{B}$, maka $x = \mathrm{B} \,.\, \mathrm{A}^{-1}$
   x adalah matriks

Latihan dan Pembahasan

1. Diketahui matriks A = $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.
   Matriks C yang memenuhi ABC = I dengan I matriks Identitas adalah ….
   a. $\dfrac{1}{4}\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$
   b. $\begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{12} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$
   c. $\dfrac{1}{6}\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$
   d. $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$
   e. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

Pembahasan :

$$\mathrm{ABC} = \mathrm{I}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\mathrm{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}\mathrm{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{C} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Kunci : D

2. Diketahui matriks A = $\begin{pmatrix} 4 & -9 \\ 3 & -4p \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 5p & -5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, dan C = $\begin{pmatrix} -10 & 8 \\ -4 & 6p \end{pmatrix}$. Jika matriks A – B = C^{-1}, nilai $2p$ = ….

   a. –1 c. $\frac{1}{2}$ e. 2

   b. $-\frac{1}{2}$ d. 1

   (Ebtanas 2001)

   Pembahasan :

$$A - B = C^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -9 \\ 3 & -4p \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5p & -5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 8 \\ -4 & 6p \end{pmatrix}^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} 4-5p & -4 \\ 2 & -4p-3 \end{pmatrix} = \frac{1}{-60p+32}\begin{pmatrix} 6p & -8 \\ 4 & -10 \end{pmatrix}$$

$$-4 = \frac{-8}{-60p+32}$$

$$-8 = 240p - 128$$

$$240p = 120$$

$$p = \frac{1}{2}$$

$$2p = 1$$

Kunci : D

3. Diketahui hasil kali matriks $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 3 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$.

   Nilai $a+b+c+d$ = ….

   a. 6 c. 8 e. 10

   b. 7 d. 9

   (UAN 2003)

Pembahasan :

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 3 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 16 & 3 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 5 & -15 \\ 20 & 25 \end{pmatrix}$$

$a = 1$, $b = -3$, $c = 4$, dan $d = 5$

$a + b + c + d = 1 - 3 + 4 + 5 = 7$

Kunci : B

I. 8. Suku banyak

Bentuk Umum Suku banyak :

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

a = konstanta

n = bilangan cacah

Suku banyak sering dinyatakan dengan $f(x)$

Nilai suku banyak $f(x)$ untuk $x = k$ adalah $f(k)$

<u>*Teorema Sisa*</u>

⊗ Jika suku banyak $f(x)$ dibagi $(x-a)$ maka sisanya adalah $f(a)$.
Suku banyak $f(x)$ dapat ditulis dalam bentuk :

$$\boxed{f(x) = (x - a) \, . \, H(x) + S}$$

$(x - a)$ = pembagi
$H(x)$ = hasil bagi
S = sisa
S = $f(a)$

⊗ Jika $f(x)$ dibagi oleh pembagi berderajat n maka sisanya berderajat $n - 1$.
Misal : pembagi = fungsi kuadrat
Sisa = fungsi linear

<u>*Teorema faktor*</u>

⊗ Suku banyak $f(x)$ mempunyai faktor $(x - a)$ jika dan hanya jika $f(a) = 0$

Latihan dan Pembahasan

1. Jika suku banyak P(x) = $2x^4 + ax^3 - 3x^2 + 5x + b$ dibagi oleh $\left(x^2 - 1\right)$ memberi sisa $(6x+5)$ maka $a \cdot b$ = ….

   a. –6 c. 1 e. 8
   b. –3 d. 6

   (Ebtanas 2002)

   Pembahasan :
   Sisa = S = $f(x) = 6x + 5$
   Pembagi $\left(x^2 - 1\right) = (x+1)(x-1)$
   dibagi $(x+1)$, maka sisa $f(-1) = -1$
   dibagi $(x-1)$, maka sisa $f(1) = 11$
   P(x) dibagi $(x+1)$ sisanya $P(-1) = f(-1) = -1$
   $P(x) = 2x^4 + ax^3 - 3x^2 + 5 + b$
   $P(-1) = 2 - a - 3 - 5 + b = -1$
   $-a + b = 5$ ……….(1)
   P(x) dibagi $(x-1)$ sisanya $P(1) = f(1) = 11$
   $P(1) = 2 + a - 3 + 5 + b = 11$
   $a + b = 7$ ……….(2)

   Persamaan 1 : $-a + b = 5$
   Persamaan 2 : $a + b = 7$ +
   $2b = 12$
   $b = 6$
   $a = 1$
   $a \cdot b = 1 \cdot 6 = 6$

   Kunci : D

2. Diketahui $(x+1)$ salah satu faktor dari suku banyak :
   $f(x) = 2x^4 - 2x^3 + px^2 - x - 2$, salah satu faktor yang lain adalah ….

   a. $(x-2)$ c. $(x-1)$ e. $(x+3)$
   b. $(x+2)$ d. $(x-3)$

   (UAN 2003)

   Pembahasan :
   Jika $(x+1)$ faktor dari $f(x)$, maka $f(-1) = 0$
   $f(x) = 2x^4 - 2x^3 + px^2 - x - 2$
   $f(-1) = 2 + 2 + p + 1 - 2 = 0$
   $p = -3$

$f(x) = 2x^4 - 2x^3 + px^2 - x - 2$

–1	2	–2	–3	–1	–2
	+	–2 +	4 +	–1 +	2 +
2	2	–4	1	–2	0
		4 +	0 +	2 +	
	2	0	1	0	

$\therefore$ $(x-2)$ adalah faktor yang lain

Kunci : A

